$$= \lim_{x\to 1} \frac{3x^2+5x-8}{(x-1)\left[\sqrt{3x^2+5x-4}+2\right]}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{\overbrace{3(x-1)\left(x+\frac{8}{3}\right)}^{a+b+c=0}}{(x-1)\left[\sqrt{3x^2+5x-4}+2\right]}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{3x+8}{\sqrt{3x^2+5x-4}+2} = \frac{11}{4}.$$

Donc f est dérivable en $x_0=1$ et $f'(1)=\frac{11}{4}$

⊙ Tangente:

$T: y = f'(1)(x-1)+f(1)$

$= \frac{11}{4}x - \frac{11}{4} + 2$ $\quad \boxed{y = \frac{11}{4}x - \frac{3}{4}}$

⊙ Approximation affine de f en 1 :

$f(1+h) \approx f(1) + hf'(1) \approx 2 + \frac{11}{4}h$ (h Voisin de 0)

Exercice n° 3

● $\lim_{x\to 0^+} \frac{x^2+|x|}{x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{x^2+x}{x} = \lim_{x\to 0^+}(x+1) = 1 = f_d'(0)$

$\lim_{x\to 0^-} \frac{x^2+|x|}{x} = \lim_{x\to 0^-} \frac{x^2-x}{x}$

$= \lim_{x\to 0^-} x - 1 = -1 = f_g'(0)$

On a: $f_d'(0) \neq f_g'(0)$ f n'est pas dérivable en $x_0=0$

la courbe (C_f) admet deux demi - tangentes

au point d'abscisse $x_0=0$ ayant pour équations

$T_1: \begin{cases} y = f_d'(0)(x-0)+f(0) \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow T_1: \begin{cases} y = x \\ x \geq 0 \end{cases}$

:

$T_2: \begin{cases} y = f_g'(0)(x-0)+f(0) \\ x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -x \\ x \leq 0 \end{cases}$

● $D_f =]-\infty, 2] \cup [3, +\infty[$.

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x\to 2^-} \frac{\sqrt{x^2-5x+6}-0}{x-2}$$

$$= \lim_{x\to 2^-} \frac{x^2-5x+6}{(x-2)\sqrt{x^2-5x+6}}$$

$$= \lim_{x\to 2^-} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)\sqrt{x^2-5x+6}}$$

$$= \lim_{x\to 2^-} \frac{x-3}{\sqrt{x^2-5x+6}} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

f Non dérivable à gauche de $x_0=2$

$T: \begin{cases} x=2 \\ y \geq 0 \end{cases}$ Demi tangente verticale dirigé vers le haut.

●

$$\begin{cases} f(x) = x^2-2x+4; x \leq 1 \\ f(x) = \frac{x^2+x+1}{x}; x > 1 \end{cases}$$

• Dérivabilité à droite en 1.

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{\frac{x^2+x+1}{x}-3}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to 1^+} \frac{x^2-2x+1}{x(x-1)} = \lim_{x\to 1^+} \frac{(x-1)^2}{x(x-1)}$$

$$= \lim_{x\to 1^+} \frac{x-1}{x} = 0 = f_d'(1)$$

• Dérivabilité à gauche en $x_0=1$

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2-2x+4-3}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2-2x+1}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to 1^-} \frac{(x-1)^2}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} x-1 = 0 = f_g'(1)$$

On a: $f_d'(1) = f_g'(1) = 0$

Donc f est dérivable en 1 et $f'(1)=0$

Tangente :

$T: y = f'(1)(x-1)+f(1)$

$T: \boxed{y=3}$

4) • $\lim_{x\to 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$

$= \lim_{x\to 1^+} \frac{x^2-x}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{x(x-1)}{x-1} = 1 = f_d'(1)$

• $\lim_{x\to 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$

$\lim_{x\to 1^-} \frac{x-x^2}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{x(1-x)}{x-1} = -1 = f_g'(1)$

$f_d'(1) \neq f_g'(1) \Rightarrow f$ n'est pas dérivable en $x_0=1$.

La courbe de f possède deux demi tangentes T_1 et T_2

Qa Fay tn - Aqra Blech - Qarray.tn